

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΑΛΓΕΒΡΑ - 27.6.2016
ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 4 ΑΠΟ ΤΑ 5 ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1. Να λυθεί και διερευνηθεί το σύστημα
$$\begin{cases} 2x + y = k \\ x + w = 1 \\ \lambda x + y + w = 4 \end{cases},$$
 όπου k, λ είναι παράμετροι.

ΘΕΜΑ 2. Να διαγωνιοποιηθεί ορθογωνίως η μήτρα $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

ΘΕΜΑ 3. i) Δίδεται ότι το φάσμα της μήτρας $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ είναι $\text{sp}(A) = \{0, 3, 5\}$. Να βρεθεί το $\text{sp}(B)$ και η $\det(B)$, όπου $B = A^3 - 5A^2 + 9I_3$.

ii) Έστω μια 3×3 μήτρα A με φάσμα $\text{sp}(A) = \{1, 2, 3\}$. Να εξετασθεί αν η μήτρα $A^2 - 2A - 3I_3$ είναι αντιστρέψιμη ή όχι.

iii) Να βρεθεί μια μη συμμετρική 3×3 μήτρα A η οποία έχει φάσμα $\text{sp}(A) = \{-1, -2, 4\}$.

ΘΕΜΑ 4. Έστω $W = \{(x, y, z, w, u) \in \mathbb{R}^5 : x - y + z - 2w = 0 \text{ και } x + 3y + w + u = 0\}$ υπόχωρος του $(\mathbb{R}^5, +, \cdot)$.

i) Να βρεθεί μια βάση και η διάσταση του W .

ii) Να βρεθεί μια βάση και η διάσταση του ορθογωνίου συμπληρώματος του W .

iii) Να βρεθεί μια γραμμική απεικόνιση $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$ με $\text{Im} f = W$.

ΘΕΜΑ 5. Δίδεται η μετάθεση $\sigma = (157)(164)(342)(1254)$ του S_7 .

i) Να γραφεί η σ ως γινόμενο ξένων κύκλων και να βρεθεί η τάξη της σ .

ii) Να γραφεί η σ ως γινόμενο αντιμεταθέσεων και να εξετασθεί αν είναι άρτια ή περιττή.

iii) Να βρεθεί μετάθεση $\pi \in S_7$ ώστε $\sigma \circ \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

iv) Να βρεθεί μετάθεση $\tau \in S_7$ ώστε η μετάθεση $\sigma \circ \tau$ να έχει τάξη 6.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ :

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΝΑ ΕΠΙΣΤΡΑΦΟΥΝ ΜΑΖΙ ΜΕ ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ